

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 7

Моделювання спрощеної динамічної системи верстата в пакеті *VisSim*

Мета роботи: Оволодіння навичками складання блок-схеми моделі найпростішого динамічного об'єкта динамічної системи верстата.

1 Структура динамічної системи верстата

Різання, процеси, що відбуваються в рухомих з'єднаннях верстата, в електродвигунах і в гідросистемах і т. п. (робочі процеси) викликають деформації пружної системи (ПС) верстата за рахунок силового або теплового впливу. Деформації пружної системи, у свою чергу, змінюють взаємне розташування деталей, що утворюють рухоме з'єднання.

Вплив ПС на робочі процеси виражено наступним чином у зміні їх основних параметрів: площі зрізу, нормальному тиску на поверхнях тертя, швидкості руху і т. п. Цей вплив викликає зміна сил, кількості тепла, що виділяється і т. п. Таким чином, сили та інші види впливу робочих процесів на ПС є функціями координат (або їх похідних – швидкості, прискорень) пружної системи. Ця залежність виражає зворотний зв'язок ПС на робочі процеси.

Спрощена схема верстата показана на рис. 1.

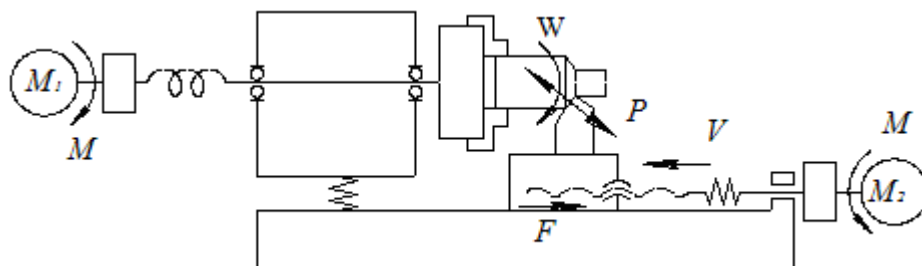


Рисунок 1 – Спрощена схема металорізального верстата

На схемі вплив на ПС верстата процесів різання, процесів тертя і процесів, що відбуваються в електродвигунах, позначені відповідно через P , F , M .

Сили різання залежать, головним чином, від властивостей оброблюваного матеріалу, геометричних параметрів ріжучого інструменту і площі зрізу. Одна з перших залежностей сили різання від площі зрізу і властивостей матеріалу заготовки:

$$P = K \cdot b \cdot a,$$

де K – питома сила різання на 1 мм^2 зрізу для конструкційної вуглецевої сталі $K \gg 2000 \text{ Н/мм}^2$;

b , a – відповідно ширина і товщина зрізу, мм.

У свою чергу, товщина зрізу a залежить від відносного зміщення інструменту і заготовки.

Процеси тертя характеризуються залежністю сили F тертя від нормального навантаження N та коефіцієнта тертя μ . Навантаження можна виразити через коефіцієнт нормальної жорсткості cN і нормальну деформацію (податливість) yN , тоді отримуємо формулу Амонтона-Кулона:

$$F = \mu \cdot cN \cdot (yN)^m,$$

де m – показник степеня.

Для малих контактних деформацій показник степеня $m = 1$. Умовна схема ДС верстата показана на рис. 2.

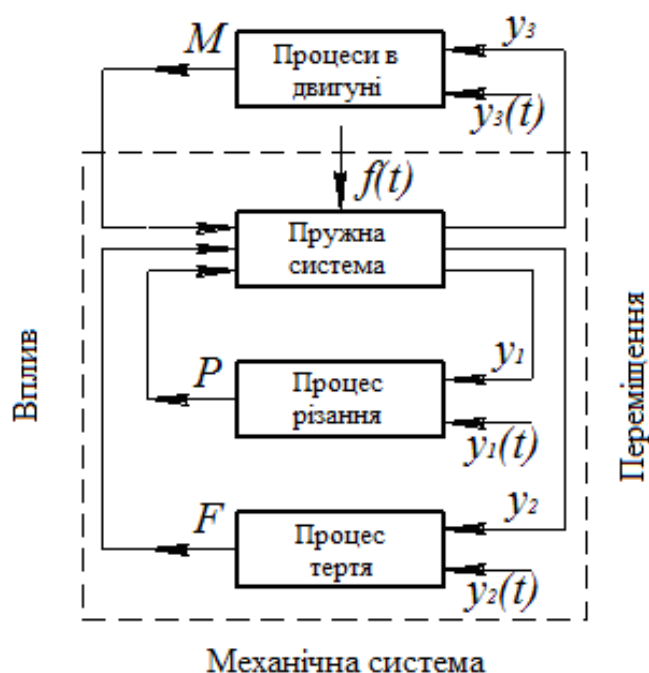


Рисунок 2 – Схема замкнутої багатоконтурної динамічної системи верстата

Динамічні процеси, що відбуваються в самій ПС, наприклад, вплив сили інерції невірноважених обертювх мас, що здійснюють зворотно-поступальний рух; сили ваги вузлів і заготовок та ін. розглядаються як зовнішні впливи на ПС і позначаються $f(t)$. Ці впливи залежать від геометричної та кінематичної точності верстата, його деталей і з'єднань.

Зовнішні впливи на робочі процеси виражаються в заданій зміні припуску, в заданій зміні тиску мастила на напрямні, в заданій зміні електричної напруги, що живить електродвигун, і т. п., тобто параметри зміни налаштування робочих процесів позначаються $y(t)$ з відповідним індексом.

Переміщення ПС під дією всіх впливів, позначаються літерами y з відповідним індексом.

При дослідженні якого-небудь робочого процесу багатоконтурну ДС верстата для спрощення замінюють одноконтурною, що складається з розглянутого робочого процесу та еквівалентної пружної системи (ЕПС), до якої приведено всі інші елементи системи. Наприклад, схеми одноконтурних

систем при дослідженні впливу на верстат процесу різання і процесів, що відбуваються в електродвигуні наведено на рис. 3, а та 3, б. На рис. 3, б позначення переміщення y_3 замінено кутом повороту вала j .

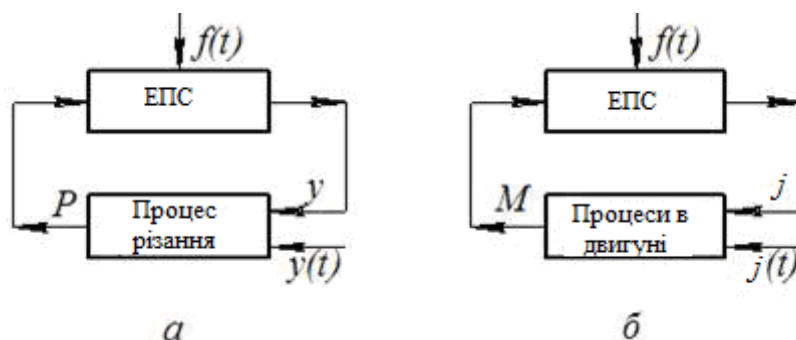


Рисунок 3 – Одноконтурні умовні схеми динамічної системи верстата

Впливи робочих процесів на ПС називаються зв'язками.

Ланцюг впливів, що включає елементи схеми і зв'язки між ними, називають контуром зв'язку.

Контур зв'язку може бути замкнутим і незамкнутим. Фізичну величину, що описує вплив на даний елемент або систему називають вхідною координатою $x_{вх}$ елемента або системи; результат впливу – вихідною координатою $x_{вих}$. Рівняння, що зв'язує вихідну і вхідну координати, називають характеристикою W цього елемента або системи.

Якщо розірвати два зв'язки елемента "Процес різання" і розглянути його окремо, отримаємо розімкнуту схему (рис.4).

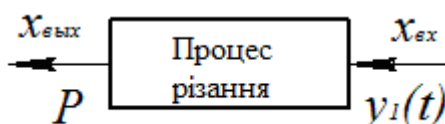


Рисунок 4 – Розімкнута схема динамічного процесу

Будь-яка з розглянутих характеристик називається статичною, якщо вхідна координата не змінюється в часі, і динамічної, якщо змінюється.

У загальному вигляді диференціальне рівняння такої системи має вигляд:

$$a_n \frac{d^n \cdot x(t)}{dt^n} + a_{n-1} \cdot \frac{d^{n-1} \cdot x(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \cdot \frac{dx(t)}{dt} + a_0 \cdot x(t) = U(t) , (2.1)$$

де $x(t)$ - вихідна координата; $U(t)$ - вхідна координата.

Для моделювання рівняння (2.1) в пакеті *VisSim* перш все, необхідно вирішити це рівняння відносно старшої похідної:

$$\frac{d^n \cdot X(t)}{d \cdot t^n} = \frac{1}{a_n} \cdot \left(U(t) - a_{n-1} \cdot \frac{d^{n-1} \cdot x(t)}{d \cdot t^{n-1}} - \dots - a_1 \cdot \frac{d \cdot x(t)}{d \cdot t} - a_0 \cdot x(t) \right). \quad (2.2)$$

Щоб отримати рішення (2.2), тобто $x(t)$, необхідно $\frac{d^n \cdot x(t)}{d \cdot t^n}$ проінтегрувати n раз.

Таким чином в блок-схемі моделювання повинно бути покроково з'єднаних n інтеграторів. На виході останнього інтегратора буде шукана величина $x(t)$. Вихід кожного інтегратора, а це буде якась похідна від $x(t)$, множиться на відповідний коефіцієнт a_i , і всі ці сигнали подаються на негативні входи суматора. Крім цього на позитивний вхід суматора подається вхідний сигнал $U(t)$. Вихід суматора множиться на $\frac{1}{a_n}$ і цей сигнал, а це і є $\frac{d^n \cdot x(t)}{dt^n}$, подається на перший інтегратор.

При складанні блок-схеми блоки з'єднують, тобто вихід одного блоку з'єднують з входом іншого. Для цього курсор наводиться на вихід блоку, натискається і утримується ліва клавіша миші і курсор переміщається до входу в інший блок, потім клавіша відпускається. З'являється лінія, що з'єднує блоки. Якщо лінію потрібно знищити, то робиться описана дія навпаки.

Меню *Edit* дозволяє нам розгортати блоки на 180° - *Flip Horizontal*, копіювати блоки, створювати складний (складений) блок (*Compound Block*). Для цього блок виділяється і вводиться в дію над ним згідно меню *Edit*.

В меню *Blocks* є ще група блоків *Annotation* (примітка). В цій групі є дуже корисний блок *Variable* - змінна. Ввівши цей блок на екран дисплея, ми можемо ввести в цей блок будь-який, вже наявний в блок-схемі сигнал його найменуванням і на виході блоку буде цей сигнал. Таким чином, немає необхідності тягти сигнал через всю блок-схему.

Після того, як блок-схема набрана, входимо в меню *Simulate* (Моделювання). У цьому меню можна налаштувати моделювання *Simulation Properties*, запустити (*Go*) і зупинити (*Stop*).

Налаштування моделювання полягає у виборі алгоритму чисельного інтегрування (*Integration Algorithm*), виборі кроку інтегрування (*Step Size*), часу початку (*Start*) і кінця (*End*) моделювання.

Запустивши процес моделювання, можна вести спостереження за сигналами в будь-якому місці моделі, виведенням їх на графобудівник *Plot*.

2 Моделювання коливань системи з одним ступенем вільності

У системах з одним ступенем вільності конфігурація коливань може бути описана за допомогою однієї координати. Приклад системи з одним ступенем свободи, за допомогою якої можна змоделювати процес деформації під дією сили різання показано на рис 5. робочий орган вагою W пружно з'єднаний з опорою через лінійну пружну пружину жорсткістю j . Якщо вважати, що переміщення робочого органу масою m є можливим тільки вздовж однієї координати, а маса пружини мала в порівнянні з масою m , то систему можна розглядати як систему, що має один ступенем вільності. Конфігурація системи повністю визначається зміщенням x від рівноважного стану. Початок

координати x поміщаємо в точку статичного рівноваги, коли сила ваги W дорівнює силі пружності пружини $j \cdot \delta_{ст}$.

Якщо масі m задати якесь початкове зміщення $x(t)|_{t=0} = x_0$ і також надати якусь початкову швидкість $\dot{x}(t)|_{t=0} = \dot{x}_0$, а потім відпустити масу m собі, то вона почне коливатися відносно її статичної рівноваги.

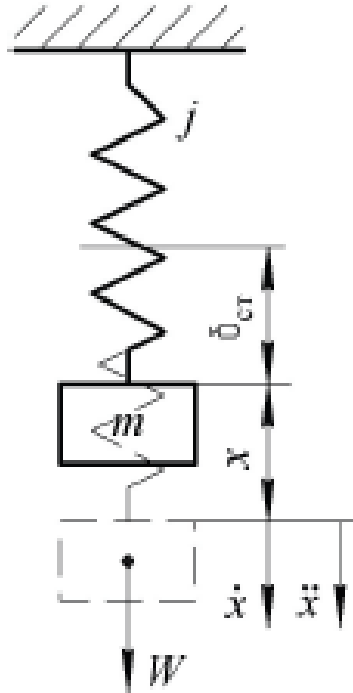


Рисунок 5 – Система з одним степенем свободи

Рівняння статичної рівноваги

$$W = j \cdot \delta_{ст}$$

Розглянемо положення маси, яке показано на рис 5 пунктирною лінією. При цьому зміщення від статичної рівноваги x , вектор швидкості \dot{x} і прискорення \ddot{x} спрямовані в позитивному напрямку уздовж осі x . У цьому положенні вантажу на нього діють сила ваги W , сила пружності пружини $-j \cdot (\delta_{ст} + x)$. Сума цих сил врівноважується згідно з другим законом Ньютона силою інерції $m \cdot \ddot{x}$. Тому можна записати:

$$m \cdot \ddot{x} = W - j \cdot (\delta + x). \quad (2.3)$$

Таким чином, вирішуємо рівняння (2.3) при наступних початкових умовах:

$$\begin{cases} x(t)|_{t=0} = x_0; \\ \dot{x}(t)|_{t=0} = \dot{x}_0; \end{cases}$$

де t – час, сек.

Розкриємо дужки в (2.3), розділивши рівняння на m . Враховуючи, що $W = j \cdot \delta_{cm}$, отримаємо

$$\ddot{x} + a^2 \cdot x = 0, \quad (2.4)$$

де $a^2 = \frac{j}{m}$.

Розв'язуємо рівняння (2.4) операційним методом. Позначивши перетворення Лапласа над $x(t)$ через $x(s)$, виконаємо перетворення Лапласа над (2.4) користуючись його властивостями:

$$s^2 \cdot x(s) - s \cdot x_0 - \dot{x}_0 + a^2 \cdot x(s) = 0.$$

Розв'яжемо отримане рівняння відносно $x(s)$

$$x(s) = \frac{s \cdot x_0 + \dot{x}_0}{s^2 + a^2} = x_0 \cdot \frac{s}{s^2 + a^2} + \frac{\dot{x}_0}{a} \cdot \frac{a}{s^2 + a^2}.$$

Знайдемо $x(t)$, виконавши зворотне перетворення Лапласа над $x(s)$, тобто $L^{-1}[x(s)]$

$$L^{-1}[x(s)] = x(t) = x_0 \cdot \cos(a \cdot t) + \frac{\dot{x}_0}{a} \cdot \sin(a \cdot t). \quad (2.5)$$

Прямі та зворотні перетворення Лапласа виконуємо, користуючись таблицею оригіналів і їх зображень (див. додаток 1). З розв'язку (2.5) видно, що переміщення x вантажу з масою m має коливальний характер, оскільки функції $\cos(a \cdot t)$ і $\sin(a \cdot t)$ являють періодичними. Оскільки $a \cdot t$ вимірюється в радіанах, то $a \left[\frac{\text{рад}}{c} \right]$. Суму двох гармонійних функцій можна звести до однієї за допомогою побудови векторної діаграми рис. 6.

Візьмемо вектор \overline{OP} довжиною x_0 , що обертається з постійною кутовою швидкістю a навколо точки 0 . Ця швидкість називається круговою частотою a коливань. Вектор \overline{OP} повернувся через час t на кут $a \cdot t$.

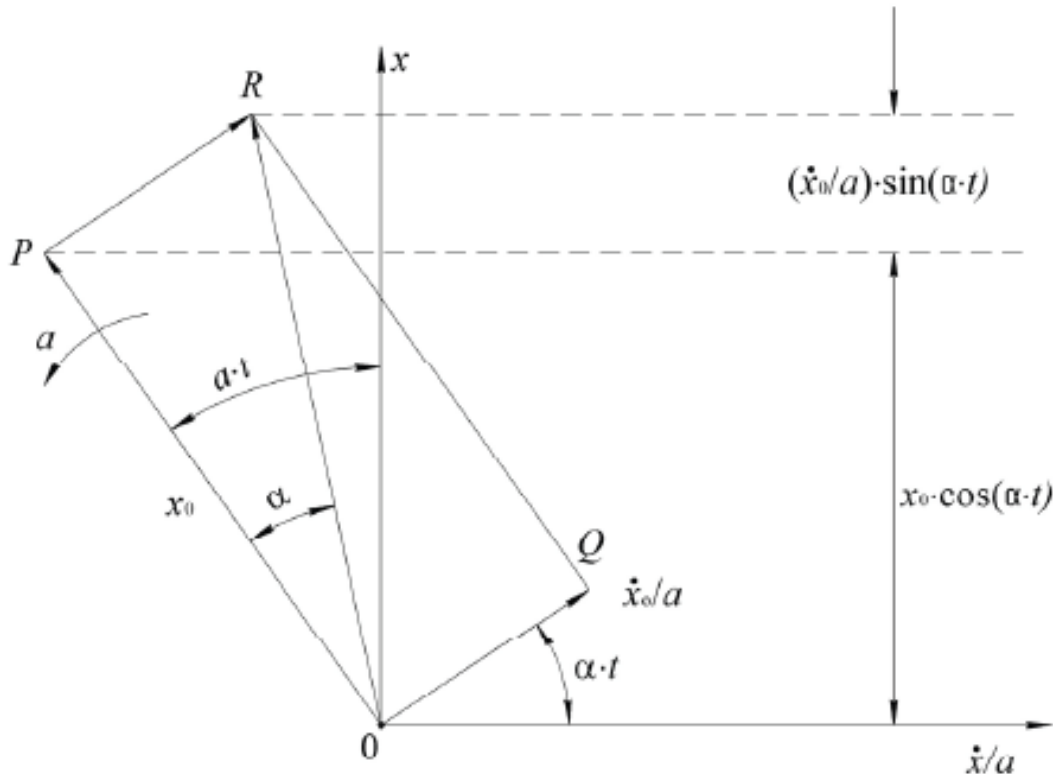


Рисунок 6 – Векторна діаграма

Проекція вектора \overline{OP} на вісь x дорівнює $x_0 \cdot \cos(\alpha \cdot t)$ і являє собою перший доданок рівняння (2.5). Взявши інший вектор \overline{OQ} довжиною $\frac{\dot{x}_0}{a}$ перпендикулярний \overline{OP} бачимо, що його проекція на вісь x відповідаємо другому доданку рівняння (2.5). Повне переміщення x вантажу при коливаннях отримаємо підсумовуванням проекцій на вісь x двох взаємно перпендикулярних векторів \overline{OP} та \overline{OQ} , що обертаються з кутовою швидкістю a .

До такого результату можна прийти, якщо замість векторів \overline{OP} і \overline{OQ} розглядати вектор \overline{OR} , що представляє собою суму цих векторів, і взяти проекцію результуючого вектора \overline{OR} на вісь x . Довжина цього вектора, як видно з рис. 2.2

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}_0}{a}\right)^2},$$

а кут між віссю x і вектором \overline{OR} дорівнює

$$a \cdot t - \alpha,$$

де $\alpha = \text{arctg}\left(\frac{\dot{x}_0}{a \cdot x_0}\right).$

Відповідно до вищевикладеного рішення (2.5) може бути представлено в еквівалентній формі:

$$x = A \cdot \cos(a \cdot t - \alpha). \quad (2.6)$$

Коливальний рух, описане рівнянням (2.6), називається простим гармонійним рухом.

Функція $\cos(a \cdot t - \alpha)$ приймає періодично одні й ті ж значення через інтервал часу T , званий періодом коливань. Знайдемо T з умов, що значення косинусоїд повторюється через кут рівний 2π :

$$a \cdot (T - t) - \alpha - (a \cdot t - \alpha) = 2 \cdot \pi \Rightarrow T = \frac{2 \cdot \pi}{a}.$$

З урахуванням позначення $a^2 = \frac{j}{m}$ отримаємо наступне:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{j}}.$$

Число зворотно-поступальних рухів в одиницю часу називають циклічною частотою коливань f (сек-1):

$$f = \frac{1}{T} = \frac{a}{2 \cdot \pi} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{j}{m}}.$$

3 Моделювання вільних гармонійних коливань в пакеті *VisSim*

Розглянемо застосування загальних правил рішення диференційованих рівнянь (підрозділ 2.1) для вирішення диференціального однорідного лінійного рівняння вільних гармонічних коливань (2.4).

У рівнянні (2.4) немає зовнішнього впливу. Рух маси проходить тільки у випадку, якщо вона виведена зі стану рівноваги, тобто початкові умови рівняння (2.4) не будуть нульовими. Прийнемо їх наступними:

$$\begin{cases} x(t)|_{t=0} = x_0 \\ \dot{x}(t)|_{t=0} = \dot{x}_0 \end{cases} . \quad (2.7)$$

Для рішення (2.4) в пакеті *VisSim* вирішуємо його відносно старшої похідної

$$\ddot{x} = -\frac{j}{m} \cdot x$$

і двічі її інтегруємо. При цьому маємо на увазі, що згідно (2.8) $\ddot{x}(t)$ дорівнює $-\frac{j}{m} \cdot x$. Блок-схема рішення (2.8) в пакеті *VisSim*, при $m= 5\text{кг}$ і $j = 5000\text{Н/м}$, наведена на рис. 7.

На блок-схемі введено позначено

$$a^2 = \frac{j}{m},$$

де a – кругова частота власних коливань, рад / сек.

Початкові умови (2.7) вводяться в інтегратори: в крайній лівий $\dot{x} = 5 \text{ м/с}$, в правий – $x_0 = 0,002\text{м}$.

Налаштування моделювання здійснюється з меню *Simulate*, в якому призначаються властивості моделювання «*Simulation Properties*»: *Step Size* (крок інтегрування), *Start* (час початку) і *End* (Час кінця моделювання). У даному прикладі *Step Size* = $1 \cdot 10^{-5}$ с, *Start* = 0 с; *End* = 1 с.

Корисно порівняти результати аналітичного розв'язання (2.6) і моделювання в пакеті *VisSim*.

З графіка вільних коливань згідно з рисунком 7 вимірний t_1 – час першого максимуму ($t_1 = 0,04805$ с), T – час періоду коливань ($T = 0,199$ с) і $A = 0,1538$ м – амплітуда коливань. Використовуючи ці значення, можна розрахувати:

$$a = (1/T) \cdot 2 \cdot \pi = 31,54 \text{ (рад/с)} \text{ і } \alpha = t_1 \cdot a = 1,515 \text{ (рад)}$$

Із аналітичного розв'язку

$$a = \sqrt{\frac{5000}{5}} = 31,6227 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right);$$

$$A = \sqrt{0,002^2 + \left(\frac{5}{31,6227} \right)^2} = 0,158(\text{м})$$

$$\alpha = \text{arctg} \left(\frac{5}{31,6227 \cdot 0,002} \right) = 1,558(\text{рад})$$

Порівняння результатів моделювання і аналітичного розрахунку показує малу різницю між ними. Різниця визначається похибками зчитування параметрів коливань з графіка $x(t)$ на рис. 7.

4 Завдання

1. Студенти обирають вихідні дані для моделювання відповідно до свого номеру в списку групи з табл. 1.

2. Набирають блок-схему моделювання коливань і з отриманого графіка зчитують t_1 , T і A . Ці дані використовуються для розрахунку a – кругової

частоти коливань і α – запізнювання по фазі. Отримані значення A , a і α порівнюють з їх значеннями, розрахованими аналітично по (2.6).

5 Блок-схему моделювання та графіки студенти замальовують або роздруковують з монітора ЕОМ, при цьому проставляють зчитані з графіків значень відповідно до рисунків 2.3 і 2.6.

Таблиця 1 - Вихідні дані для моделювання вільних коливань

№ варіанта	Вихідні дані				
	m , кг	b , Н·с/м	j , Н/м	x_0 , м	\dot{x}_0 , м/с
1	5	20	$5 \cdot 10^4$	0,002	5
2	10	10	$5 \cdot 10^4$	0,004	6
3	20	20	$1 \cdot 10^5$	0,002	7
4	30	15	$5 \cdot 10^4$	0,004	5
5	40	10	$5 \cdot 10^4$	0,003	4
6	25	25	$1 \cdot 10^5$	0,002	3,5
7	15	15	$5 \cdot 10^4$	0,0035	6,5
8	35	10	$5 \cdot 10^4$	0,003	6
9	20	15	$3 \cdot 10^4$	0,004	5,5
10	30	20	$4 \cdot 10^4$	0,003	4,5
11	24	10	$1.5 \cdot 10^5$	0,002	8
12	33	20	$2 \cdot 10^5$	0,003	6
13	15	20	$2 \cdot 10^5$	0,0025	4
14	7	15	$5 \cdot 10^5$	0,001	5
15	22	18	$5 \cdot 10^4$	0,002	7
16	35	20	$4 \cdot 10^4$	0,001	6
17	30	20	$6 \cdot 10^4$	0,0015	4
18	7	40	$6 \cdot 10^4$	0,002	7
19	5	20	$5 \cdot 10^4$	0,002	5

Звіт до лабораторної роботи повинен містити:

1. Тему та мету роботи.
2. Короткі теоретичні відомості та початкові дані для розрахунків.
3. Алгоритм виконання роботи.
4. Блок-схеми моделювання виконані у *VisSim* та графіки результатів моделювання.
5. Висновки по роботі.

Контрольні питання.

1. Що викликає деформації пружної системи верстата?
2. Зобразіть схему замкнутої багатоконтурної динамічної системи верстата. Поясніть зв'язки між її елементами.
3. Назвіть особливості моделювання систем з одним ступенем вільності.
4. Які сили діють на вантаж при зміщенні його від положення статичної рівноваги?